

Описание программы «Synthesis»

«Synthesis» [1] относится к числу сравнительно простых статистических когортных моделей с сепарабельным представлением промысловой смертности и с привлечением дополнительной информации. Позволяет получить детальное описание динамики возрастной структуры изучаемой популяции (запаса). Имеет сходства с такими общеизвестными моделями, как «CAGEAN» [9,10], «ICA», «Stock Synthesis» [11,12] и др. [21, 17, 19, 20]. Модель учитывает специфику рыбопромысловой статистики, для ее использования требуется наиболее доступный набор данных — возрастной состав уловов, масса, мгновенные коэффициенты естественной смертности и доля половозрелых рыб в зависимости от возраста. Оценки неизвестных параметров ищутся из условия минимума некоторой целевой функции.

1 Входные данные

Входными данными для модели являются:

- уловы $\hat{C}_{i,j}$ по возрастным группам и годам промысла;
- масса организмов $\hat{w}_{i,j}$ по возрастам и годам промысла;
- доля половозрелых особей $\hat{\rho}_{i,j}$ по возрастным группам и годам промысла;
- мгновенные коэффициенты естественной смертности по возрастам.

Кроме этого, возможно использование в качестве дополнительной информации следующих данных:

- количество промысловых усилий \hat{E}_i ;
- данные по уловам на усилие \hat{I}_i^l ;
- результаты экспедиционных исследований (ихтиопланктонных, траловых, тралово-акустических съемок) \hat{I}_i^l .

Применение модели позволяет получить в ретроспективе следующие оценки:

- оценки коэффициентов общей и промысловой смертности $F_{i,j}$ по возрастным группам;
- оценки коэффициентов селективности s_j по возрастам;
- оценки численности поколений $N_{i,j}$;
- оценки величин общего и нерестового запаса для каждого года промысла;
- оценка коэффициента улавливаемости;
- оценки параметров связи запас-пополнение;

- оценки параметров уравнения Берталанффи [2] масса-возраст, логистической кривой созревания [??];
- оценка некоторых целевых и граничных ориентиров по биомассе и промысловой смертности;
- оценка мгновенных коэффициентов естественной смертности.

2 Основные соотношения

В основе когортной модели лежит уравнение улова Баранова [8]:

$$C_{i,j} = \frac{F_{i,j}N_{i,j}}{F_{i,j} + M_j} [1 - \exp(-(F_{i,j} + M_j))], \quad (1)$$

здесь i — год промысла, j — возраст особей, $C_{i,j}$ — улов особей j -ой возрастной группы в i -ый год, $F_{i,j}$ — коэффициент (мгновенный) промысловой смертности особей j -ой возрастной группы в i -ый год, M_j — коэффициент (мгновенный) естественной смертности особей j -ой возрастной группы, $N_{i,j}$ — численность особей j -ой возрастной группы в i -ый год, подчиняющаяся уравнению

$$N_{i,j} = N_{i-1,j-1} \exp(-(F_{i,j} + M_j)). \quad (2)$$

Если промысел имеет ярко выраженную сезонность, в этом случае уравнения (1,2) преобразуются к виду:

$$C_{i,j} = \frac{F_{i,j}N_{i,j} \exp(-\alpha M_j)}{F_{i,j} + M_j} [1 - \exp(-\delta(F_{i,j} + M_j))], \quad (3)$$

$$N_{i,j} = N_{i-1,j-1} \exp(-\delta F_{i,j} - M_j), \quad (4)$$

где α — промежуток времени от начала года до даты начала промысла (в долях года), δ — продолжительность промысла (в долях года).

3 Основные предположения

Приняты следующие допущения:

- *Сепарабельное представление промысловой смертности.* Коэффициент (мгновенный) промысловой смертности $F_{i,j}$ особей j -ой возрастной группы в i -ый год промысла равен произведению зависящей от возраста селективности s_j , $0 < s_j \leq 1$ и зависящего от года промысла коэффициента промысловой смертности селективно полностью изымаемой возрастной группы f_i , т.е., [21, 19]:

$$F_{i,j} = s_j f_i.$$

- Наблюдаемые данные по вылову $\hat{C}_{i,j}$ отличаются от модельных из уравнения (3) на случайную величину, имеющую логнормальное распределение с нулевым математическим ожиданием [21]:

$$\ln(\hat{C}_{i,j}) - \ln(C_{i,j}) = e_{i,j}^C, \quad e^C \sim N(0, \sigma_C).$$

- Наблюдаемые данные по промысловому усилию \hat{E}_i отличаются от модельных $E_i = q^{-1}f_i$ ($q, 0 < q \leq 1$ — коэффициент улавливаемости) на случайную ошибку, имеющую логнормальное распределение с нулевым математическим ожиданием [17]:

$$\ln(\hat{E}_i) + \ln(q) - \ln(f_i) = e_i^E, \quad e^E \sim N(0, \sigma_E).$$

- Связь «запас-пополнение» можно рассматривать, как один из возможных источников дополнительной информации. Предполагается, что неопределенность в зависимости численности пополнения от величины родительского стада вносится логнормальным шумом [17]:

$$\ln(\hat{N}_{i,a}) - \ln(F(SSB_{i-a})) = e_i^R, \quad e^R \sim N(0, \sigma_R).$$

где a — возраст рекрутов, R_i — численность пополнения, SSB_{i-a} — биомасса родителей, $F(x) = ax \exp(-bx)$ в случае зависимости Рикера [5] или $F(x) = \frac{ax}{1+bx}$ — Бивертон и Холта [3].

- Источником дополнительной информации, как правило, служат различные индексы численности, например, данные траловых, акустических, икорных съёмов или данные по уловам на усилие. Предполагается, что наблюдаемые данные по l -му индексу запаса \hat{I}^l отличаются от модельных

$$I_i^l = q_l \sum_j p_{lj} N_{i,j} \quad (5)$$

на случайную величину, имеющую логнормальное распределение с нулевым математическим ожиданием:

$$\ln(\hat{I}_i^l) - \ln(I_i^l) = e_i^l, \quad e^l \sim N(0, \sigma_l).$$

В соотношении (5) между l -м индексом I_i^l запаса и численностью $N_{i,j}$ поколений $q_l, 0 \leq q_l \leq 1$ — калибровочный коэффициент, p_{lj} — возрастные коэффициенты, зависящие от наблюдаемых данных:

- $p_{lj} = 1$, если \hat{I}^l — индекс общей численности;
- $p_{lj} = \hat{\rho}_{i,j}$, если \hat{I}^l — индекс численности половозрелой части запаса;
- $p_{lj} = \hat{w}_{i,j}$, если \hat{I}^l — индекс общей биомассы;
- $p_{lj} = \hat{w}_{i,j} \hat{\rho}_{i,j}$, если \hat{I}^l — индекс биомассы половозрелой части запаса.

Калибровочный коэффициент q_l равен 1, если индекс \hat{I}^l представляет собой оценку всего запаса. В этом случае для уменьшения числа оцениваемых параметров калибровочный коэффициент желательно зафиксировать $q_l = 1$.

4 Оценка коэффициентов уравнения Берталанффи и логистической кривой созревания

Оценка коэффициентов уравнения Берталанффи и логистической кривой созревания производится отдельно, непосредственно перед оценкой остальных параметров модели. Предполагается, что:

- о наблюдаемые данные по массе $\hat{w}_{i,j}$ отличаются от модельных из уравнения Бер-
таланффи (изометрический рост)

$$w_j = w_\infty (1 - \exp(-k(j - t_0)))^3$$

на случайную величину, имеющую логнормальное распределение с нулевым математическим ожиданием:

$$\ln(\hat{w}_{i,j}) - \ln(w_j) = e_{i,j}^w, \quad e^w \sim N(0, \sigma_w).$$

Асимптотическая масса w_∞ , коэффициент роста k , условный нулевой возраст t_0 особей определяются из условия минимума суммы квадратов остающихся ошибок $\sum_{i,j} (\ln(\hat{w}_{i,j}) - \ln(w_j))^2 \rightarrow \min$.

- о наблюдаемые данные по доле зрелых особей $\hat{\rho}_{i,j}$ отличаются от модельных из уравнения

$$\rho_j = \begin{cases} 0, & \text{если } \forall i \hat{\rho}_{i,j} = 0, \\ \frac{1}{1 + \exp(-\alpha(j - t_{50\%}))}, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

на случайную величину, имеющую логнормальное распределение с нулевым математическим ожиданием:

$$\ln(\hat{\rho}_{i,j}) - \ln(\rho_j) = e_{i,j}^\rho, \quad e^\rho \sim N(0, \sigma_\rho).$$

Коэффициент роста α , возраст массового (50%-го) полового созревания особей $t_{50\%}$ определяются из условия минимума суммы квадратов остающихся ошибок $\sum_{i,j} (\ln(\hat{\rho}_{i,j}) - \ln(\rho_j))^2 \rightarrow \min$.

При построении кривых равновесного улова и равновесной биомассы используются модельная масса w_j и модельная доля зрелых ρ_j .

5 Оценка коэффициентов селективности

Изменение селективности со временем можно учесть, если разбить моделируемый отрезок времени на несколько интервалов, соответствующих различным группам («блокам») селективности. Максимальное число групп селективности — 5. Для каждого интервала селективности можно задать вид кривой селективности:

$$s_j = \frac{1}{1 + \exp(-a_\rho(j - \rho_{50\%}))} \quad (\text{логистический}),$$

$$s_j = \frac{\exp(\alpha_\rho \beta_\rho (\gamma_\rho - j))}{(1 - \beta_\rho(1 - \exp(\alpha_\rho (\gamma_\rho - j))))} \quad (\text{экспоненциально-логистический}),$$

и оценивать параметры этих кривых ($a_\rho, \rho_{50\%}$ и $\alpha_\rho, \beta_\rho, \gamma_\rho$ соответственно) или оценивать коэффициенты селективности для каждой возрастной группы, предварительно определив интервал возрастов полной селективности ($s_j = 1$).

6 Оценка МКЕС

В программе возможна оценка мгновенных коэффициентов естественной смертности. Если МКЕС оцениваются, необходимо выбрать вид их зависимости от возраста:

- $M_j = \text{Const}$;
- $M_j = \frac{a_1}{j} + \frac{a_2}{t_{max} - j}$, где t_{max} — предельный возраст, a_1, a_2 — коэффициенты. Из условия

$$\min M = M_{50\%},$$

где $M_{50\%}$ — МКЕС в возрасте массового полового созревания $t_{50\%}$, можно определить

$$a_1 = M_{50\%} \frac{t_{50\%}^2}{t_{max}},$$

$$a_2 = M_{50\%} \frac{(t_{max} - t_{50\%})^2}{t_{max}}.$$

Таким образом, здесь оценке подлежит один параметр $M_{50\%}$;

- $M_j = a_1 w_j^{a_2}$, где a_1, a_2 — оцениваемые параметры [6];

•

$$M_j = -\ln(1 - \phi_j), \phi_j = \begin{cases} \phi_{50\%} + a_1(j - t_{50\%})^2, & j \leq t_{50\%}, \\ \phi_{50\%} + a_2(j - t_{50\%})^2, & j \geq t_{50\%}, \end{cases}$$

где $t_{50\%}$ — возраст массового полового созревания, $\phi_{50\%} = 1 - \exp(-M_{50\%})$ и $M_{50\%}$, — убыль и МКЕС соответственно при возрасте массового полового созревания, а a_1, a_2 — параметры. Из условия

$$\min \phi = \phi_{50\%}$$

можно найти

$$a_1 = \frac{(1 - \phi_{50\%})}{t_{50\%}^2}$$

и

$$a_2 = \frac{(1 - \phi_{50\%})}{(t_{max} - t_{50\%})^2}.$$

И здесь оценке подлежит один параметр $M_{50\%}$.

Однако, как показывает практика, к этим оценкам МКЕС следует относиться с осторожностью.

7 Целевая функция

Неизвестные параметры оцениваются из условия минимума целевой функции, в соответствии с допущениями относительно распределений ошибок. В общем случае целевая функция имеет вид:

$$Z = Z_C + \lambda_E Z_E + \lambda_R Z_R + \sum_l \lambda_{II} Z_{II},$$

где

$$\begin{aligned} Z_E &= \sum_i \left(\ln(\hat{E}_i) + \ln(q) - \ln(f_i) \right)^2, \\ Z_R &= \sum_i \left(\ln(\hat{N}_{i,a}) - \ln(F(SSB_{i-a})) \right)^2, \\ Z_\Pi &= \sum_i \left(\ln(\hat{I}_i^l) - \ln(I_i^l) \right)^2 \end{aligned}$$

— компоненты целевой функции, отвечающие различным источникам дополнительной информации: данным о промысловых усилиях, зависимости «запас-пополнение» и индексам запаса (данным съёмок) соответственно. Весовые коэффициенты $\lambda_E, \lambda_R, \lambda_\Pi$ поределают степень доверия имеющимся данным.

Каждому индексу отвечает компонента целевой функции —

- о сумма квадратов отклонений логарифмов наблюдаемых значений индекса от теоретических:

$$Z_C = \sum_{i,j} \left(\ln(\hat{C}_{i,j}) - \ln(C_{i,j}) \right)^2,$$

и (для индекса с возрастной структурой) более робастная

- о «усеченная» сумма квадратов отклонений логарифмов наблюдаемых значений индекса от модельных:

$$Z_C = \sum \left(\ln(\hat{C}_{i_\alpha, j_\alpha}) - \ln(C_{i_\alpha, j_\alpha}) \right)^2.$$

В проранжированном ряду отклонений логарифмов наблюдаемых значений индекса от модельных удаляется $\alpha\%$ (процент усечения) наименьших значений и $\alpha\%$ наибольших значений, после чего рассчитывается сумма квадратов для оставшихся значений.

8 Число оцениваемых параметров.

Пусть A — число возрастных групп в оцениваемой части запаса, a — возраст рекрутов, Y — число лет, составляющих моделируемый период времени, G — число групп селективности, L — число используемых индексов запаса.

Программа «Synthesis» оценивает следующие параметры:

- о начальное распределение численности $N_{1,a}, \dots, N_{1,A}$ — A параметров;
- о численность рекрутов (пополнение) $N_{2,a}, \dots, N_{Y,a}$ — $Y - 1$ параметров;
- о коэффициенты промысловой смертности селективно полностью изымаемой возрастной группы f_1, \dots, f_Y ; — Y параметров;
- о коэффициенты селективности — $\sum_G S_g$ параметров, где
 $S_g = 2$, если функция селективности g -ой группы — логистическая,
 $S_g = 3$, если функция селективности g -ой группы — экспоненциально-логистическая,
 S_g равно A за вычетом числа возрастных групп с полной селективностью ($s_j = 1$);
- * 2 параметра связи «запас-пополнение»;
- * 1 коэффициент улавливаемости q ;

- * калибровочные коэффициенты q_1, \dots, q_L — L параметров. Калибровочный коэффициент q_l равен 1, если индекс \hat{l} представляет собой оценку всего запаса. В этом случае для уменьшения числа оцениваемых параметров калибровочный коэффициент желательно зафиксировать $q_l = 1$;

- * от 1 до 2 параметров зависимости МКЕС от возраста.

Звёздочкой отмечены параметры, оценка которых опциональна.

Всего: $A + 2Y + \sum_G S_g + L + 2$ параметров плюс от 1 до 3 параметров зависимости МКЕС от возраста.

По найденным оценкам указанных параметров вычисляются численность по возрастным группам, коэффициенты промысловой смертности, биомасса зрелых особей и т.д.

9 Алгоритм минимизации целевой функции

В программе реализованы 2 алгоритма минимизации целевой функции.

- Метод наискорейшего спуска. Последовательные приближения вектора оцениваемых параметров $\vec{\theta}$ имеют вид:

$$\vec{\theta}_{k+1} = \vec{\theta}_k - \lambda_{k+1} \nabla Z(\vec{\theta}_k),$$

где шаг λ_{k+1} определяется из условия:

$$\lambda_{k+1} = \text{Arg} \min_{\lambda \in [0, \Lambda]} Z(\vec{\theta}_k - \lambda \nabla Z(\vec{\theta}_k)).$$

Верхняя граница для шага Λ задается пользователем.

- В программе реализован алгоритм минимизации целевой функции Левенберга — Марквардта. Направление поиска $\delta \vec{\theta}_k$: $\vec{\theta}_{k+1} = \vec{\theta}_k + \omega \delta \vec{\theta}_k$ определяется из системы уравнений:

$$\left(H(\vec{\theta}_k) + \lambda_{k+1} \text{diag}\{H_{11}, \dots, H_{nn}\} \right) \delta \vec{\theta}_k = -\nabla Z(\vec{\theta}_k),$$

где H — матрица Гессе, а множитель λ_{k+1} определяется из условия:

$$\lambda_{k+1} = \text{Arg} \min_{\lambda \in [0, \Lambda]; \lambda = 2^{-r} \Lambda} Z(\vec{\theta}_k + \omega \delta \vec{\theta}_k).$$

Коэффициент релаксации ω задается пользователем.

Поиск начального приближения для вектора оцениваемых параметров осуществляется с помощью упрощенного генетического алгоритма [22]. Необходимо задать его параметры:

1. численность популяции хромосом;
2. селекция — доля тех хромосом, которые будут участвовать в создании потомков для следующей популяции;
3. вероятность скрещивания;
4. вероятность мутации;
5. число итераций метода.

10 Статистическое моделирование. Бутстреп-процедура

Для нахождения статистических характеристик оцениваемых величин используется процедура условного непараметрического бутстрепа.

Для всех наблюдаемых значений уловов по возрастным группам по формуле (3) отыскиваются соответствующие модельные значения. После того, как вычислены отклонения

$$\begin{aligned}e_{i,j}^C &= \ln(\hat{C}_{i,j}) - \ln(C_{i,j}). \\e_i^E &= \ln(\hat{E}_i) - \ln(q) - \ln(f_i). \\e_i^I &= \ln(\hat{I}_i^l) - \ln(I_i^l),\end{aligned}$$

бутстреп-выборка формируется следующим образом. Выбирается достаточно большое число реализаций N . На k -ой реализации путем суммирования модельных значений и случайным образом отобранных остатков $e_{i,j}^C, e_i^E, e_i^I$ создается набор данных:

$$\begin{aligned}\hat{C}_{i,j}^* &= \exp(e_{i,j}^{C*} + \ln(C_{i,j})) = C_{i,j} \exp(e_{i,j}^{C*}), \\ \hat{E}_i^* &= q f_i \exp(e_i^{E*}), \\ \hat{I}_i^{l*} &= I_i^l \exp(e_i^{I*}).\end{aligned}$$

С полученным набором данных производится «прогон» модели и находится k -ая оценка вектора искомых параметров.

После получения N промежуточных оценок осуществляется их статистическая обработка: находятся среднее, дисперсия и процентиля их бутстреп-распределений.

11 Работа с программой.

После запуска программы в строке «Меню» доступны значки «Создать», «Открыть» и описание программы. При создании нового массива данных всплывает диалоговое окно, в котором предлагается ввести количество возрастных групп и интервал времени, за который собраны данные об уловах по возрастным группам.

Далее в сгенерированные таблицы необходимо ввести соответствующие входные данные. Данные можно вводить вручную, можно копировать из электронных таблиц «Microsoft Excel». Предусмотрен контроль над вводом данных (в случае наличия ошибки в данных программа укажет на нее). Нулевые значения считаются пробелами в данных.

В таблице для ввода данных съёмок необходимо ввести весовой коэффициент, долю года от его начала до даты проведения съёмок и флаг («0» — если коэффициент q подлежит оценке, «1» — если этот коэффициент фиксируется и равен единице). Кроме того, нужно указать единицы измерения индекса: «N» — численность, «SSN» — численность родителей, «B» — биомасса, «SSB» — биомасса родителей.

После ввода данных в таблицы будет доступен значок меню «Сохранить». Рекомендуется сохранить данные в файл нажатием на указанный значок.

После того, как данные введены, в пункте меню «Методы» становится активным список доступных расчетных процедур:

- «Synthesis (GD)» с минимизацией целевой функции по методу наискорейшего спуска;

- «Synthesis (LM)» с минимизацией целевой функции по алгоритму Левенберга — Марквардта;
- «Synthesis (Quick)» с минимизацией целевой функции по алгоритму Левенберга — Марквардта (частный случай, соответствующий большому λ).

После выбора метода из указанного списка всплывает диалоговое окно, в котором предлагается выбрать опции метода:

- задать вид целевой функции;
- задать сроки промысла;
- указать, какую дополнительную информацию планируется использовать в расчетах, ввести весовые коэффициенты;
- выбрать, производить или нет бутстреп-процедуру для оценки неопределенностей;
- задать вид МКЕС;
- выбрать, аппроксимировать коэффициенты селективности гладкой кривой, либо оценивать коэффициенты селективности для каждой возрастной группы.

Когда все опции выбраны, переход к выбору параметров метода осуществляется нажатием кнопки «ОК» диалогового окна. Последовательно в диалоговом режиме требуется ввести:

- число групп селективности;
- временные границы для групп селективности; интервал возрастов полной селективности или тип кривой селективности;
- коэффициент релаксации ω (см. алгоритм);
- максимальное число итераций алгоритма минимизации;
- задать параметры метода поиска начального приближения.

Поиск решения и вывод результатов осуществляется после задания указанных параметров.

12 Вывод результатов.

Вывод результатов осуществляется после успешного выполнения процедуры минимизации целевой функции.

- Оценки популяционных параметров сохраняются в файл, который может иметь текстовый или «.xls» формат.
- Список оцениваемых параметров сохраняется в текстовый файл «List_Of_Parameters»
- Текстовый файл «St_Errors» со стандартными ошибками оцениваемых параметров. Вывод осуществляется в соответствии с порядком следования параметров в файле «List_Of_Parameters».

- Ряды данных для построения кривых равновесной биомассы на рекрута и равновесного улова сохраняются текстовый файл «YPR...».
- Последовательность итераций метода случайного поиска начального приближения для вектора оцениваемых параметров сохраняется в текстовый файл «History_of_Genetic_Algorithm.log».

Литература

1. Ильин О.И., Сергеева Н.П., Варкентин А.И. Оценка запасов и прогнозирование ОДУ восточнокамчатского минтая (*Theragra chalcogramma*) на основе предосторожного подхода // Сборник научных трудов ВНИРО. Т. 151. 2014
2. Bertalanffy, L. von. A Quantitative Theory Of Organic Growth // Human Biology. 1938. V. 10. №1. P.181-213.
3. Бивертон Р., Холт С. Динамика численности промысловых рыб. М., Пищевая промышленность, 1969. 248 с.
4. Hilborn R., Walters C. J. Quantitative Fisheries Stock Assessment: Choice, Dynamics & Uncertainty // Chapman and Hall, New York. 1992. 570 p.
5. Рикер У. Е. Методы оценки и интерпретация биологических показателей популяций рыб. М., Пищевая промышленность, 1979. 408 с.
6. Lorenzen, K. 1996. The relationship between body weight and natural mortality in juvenile and adult fish: a comparison of natural ecosystems and aquaculture. Journal of Fish Biology 49:627-647.
7. Бабаян В.К. Предосторожный подход к оценке общего допустимого улова (ОДУ). Анализ и рекомендации по применению. М.: Издательство ВНИРО. 2000. 190 с.
8. Баранов Ф.И. 1918. К вопросу о биологических основаниях рыбного хозяйства. Изв. Отдела рыбоводства и научн.-промысл. исслед. Т.1, вып.1. с.84 -128.
9. Deriso R.B., P.R.Neal, and T.J. Quinn II. 1985. Catch-age analysis with auxiliary information. Can. J. Fish. Aquat. Sci. 42: 815 - 824.
10. Deriso R.B., P.R.Neal, and T.J. Quinn II. 1989. Further aspects of catch-age analysis with auxiliary information, p.127 - 135. In R.J. Beamish and G.A. McFarlane [ed.] Effects of ocean variability on recruitment and an evaluation of parameters used in stock assessment models. Can. Spec. Publ. Fish. Aquat. Sci. 108
11. Richard D. Methot. 1989. Synthetic estimates of historical abundance and mortality for northern anchovy. American Fisheries Society Symposium 6: 66-82.
12. Richard D. Methot. Synthesis model: an adaptable framework for analysis of diverse stock assessment data. International North Pacific Fisheries commission. Bul N50. Vancouver, Canada, 1990.
13. Pope J. G., Shepherd J. G., 1985. A Comparison of the performance of various methods for tuning VPA's using effort data. J. Cons. Intern. Explor. Mer. 42. p. 129 - 151.
14. Sissenwine M. P., Shepherd J. G. 1987. An alternative perspective on recruitment overfishing and biological reference points. Can. J. Fish. Aquat. Sci. 44: p. 913 - 918.
15. Thompson, W. F. and F.H. Bell 1934. Biological statistics of the Pacific halibut fishery. 2. Effect of changes in intensity upon total yield and yield per unit of gear. Rep. Int. Fish. (Pacific Halibut) Comm., p. 8 - 49.

16. Francis R.I. and R. Shotton. 1997. "Risk" in fisheries management: a review. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 54. – p. 1699 -1715.
17. Fournier D., and C. P. Archibald. 1982. A general theory for analyzing catch-at-age data. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 39. – p. 1195 -1207.
18. Gulland J. A. 1965. Estimation of mortality rates. Annex to report Arctic Fishery Working Group. ICES, C. M. 3. 9 p.
19. Pope J. G. and J. G. Shepherd. 1982. A simple method for consistent interpretation of catch-at-age data. *J. Cons. Cons. Int. Explor. Mer.* 40: p. 176 -184.
20. Quinn T.J., Deriso R.B. 1999. Quantitative fish dynamics // Oxford University Press, New York.
21. Doubleday W.G. 1976. A Least Squares Approach to analyzing catch at age data // ICNAF, Res.Bull. N 12. P. 69-81.
22. Гладков Л. А., Курейчик В. В., Курейчик В. М. Генетические алгоритмы: Учебное пособие. — 2-е изд. — М: Физматлит, 2006. — С. 320.